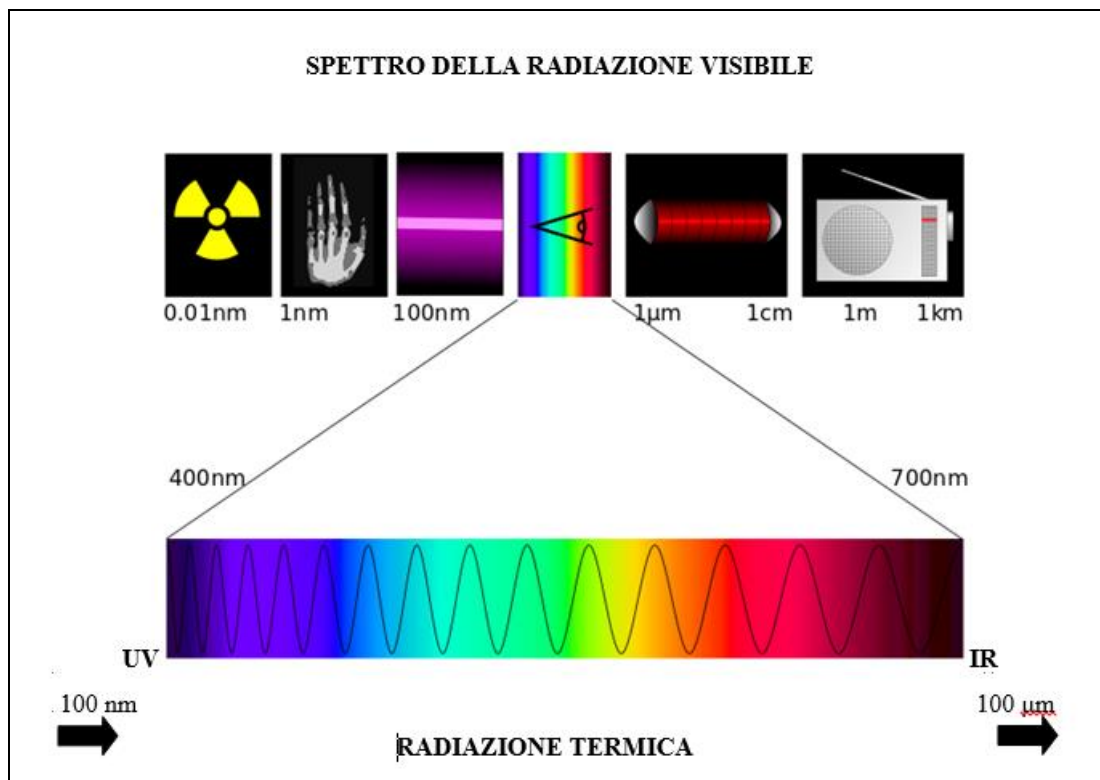


Irraggiamento

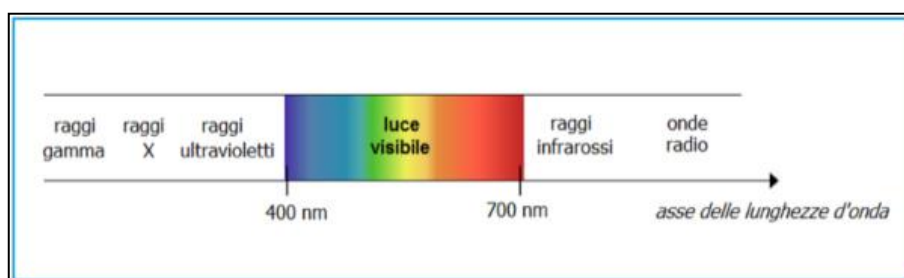
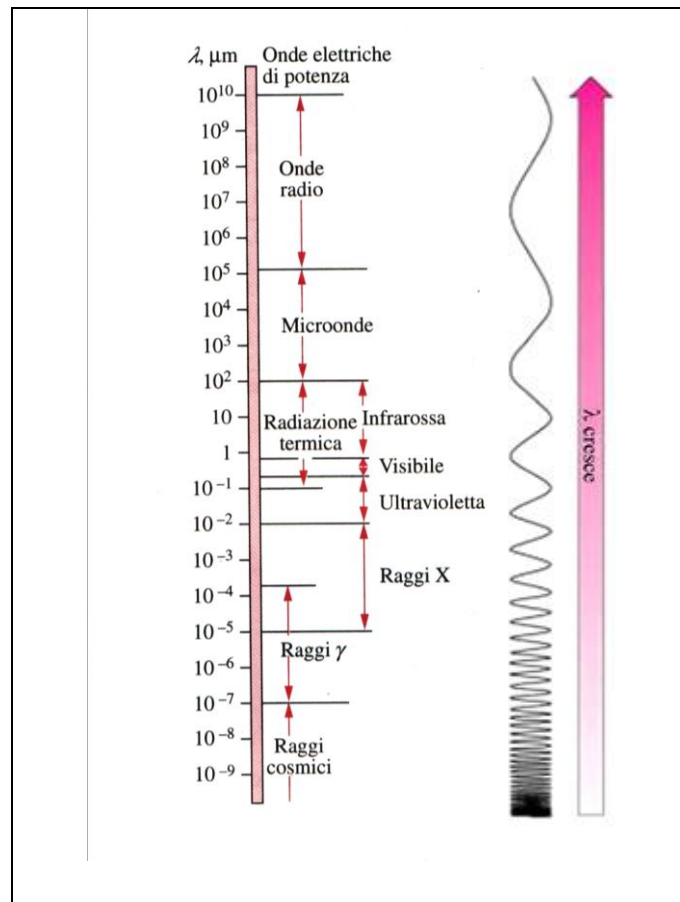
Un sistema che si trova ad una certa temperatura ed è circondato dal vuoto (per cui non può scambiare energia per contatto con altri sistemi) lasciato a sé stesso tende ancora a raffreddarsi, dimostrando così che è possibile che si verifichi flusso di energia termica anche in assenza di conduzione o di convezione: il meccanismo con cui tale flusso di energia ha luogo anche nel vuoto prende il nome di **irraggiamento**. Esso è definito come *l'energia radiante emessa da un mezzo a causa della sua temperatura*.

Tutti i corpi emettono continuamente calore per irraggiamento e l'intensità dell'emissione dipende dalla temperatura e dalla natura della superficie ed avviene a scapito dell'energia interna. L'energia radiante viaggia alla velocità della luce e presenta una fenomenologia simile a quella delle radiazioni luminose: la luce e l'irraggiamento differiscono infatti, secondo la teoria elettromagnetica, solo per la lunghezza d'onda il cui campo, per le radiazioni visibili, è compreso fra 400 e 700 nm mentre per quelle termiche è compreso tra 0,1 μm (100 nm) e 100 μm .



Nella figura seguente è rappresentato lo spettro elettromagnetico in termini di lunghezze d'onda. Nel campo delle lunghezze d'onda minori (e quindi frequenze più elevate) sono presenti le

radiazioni corrispondenti ai *raggi cosmici*, γ e X , mentre nel campo delle lunghezze d'onda più elevate le *microonde*, le *onde televisive* e le *onde radio*.



Il campo corrispondente alla radiazione termica interessa, come si è visto, la parte di spettro compresa tra 0,1 e 100 μm . All'interno di tale campo è contenuta la banda corrispondente alle radiazioni *visibili*, situata tra 0,4 e 0,7 μm (400 e 700 nm), nella quale la radiazione termica può essere rilevata dall'occhio umano.

La radiazione termica invisibile a lunghezza d'onda minore di quella dello spettro visibile, compresa tra 0,1 e 0,4 μm , è denominata *ultravioletta*, mentre la radiazione termica a lunghezza d'onda maggiore del visibile, compresa tra 0,7 e 100 μm , è detta *infrarossa*.

La trasmissione nello spazio del calore irraggiato può essere descritta con la teoria delle onde. Quando le radiazioni incontrano un altro corpo, la loro energia resta parzialmente riflessa e parzialmente assorbita in prossimità della superficie, per cui si ha la loro parziale riconversione in energia interna.

L'emissione termica per irraggiamento diviene sempre più importante al crescere della temperatura del corpo; a temperature prossime a quella atmosferica può invece spesso essere trascurato.

Lo scambio radiativo tra superfici dipende dalle loro temperature e proprietà radiative, caratteristiche geometriche ed orientazione relativa. Particolare importanza ha anche il mezzo interposto tra di esse, che può partecipare allo scambio con le proprie caratteristiche di assorbimento e di emissione. In generale, nel seguito, prenderemo in considerazione solo il caso in cui il mezzo interposto non partecipa allo scambio, come si verifica quando vi è il vuoto o gas trasparenti.

Grandezze fondamentali e leggi dell'irraggiamento

Ogni corpo emette energia raggiante a causa della sua temperatura. Anche se il termine irraggiamento viene usualmente riservato alla porzione di spettro in cui $10^{-7} m \leq \lambda \leq 10^{-4} m$, l'energia raggiante emessa da un corpo comprende in generale tutti i valori di λ da 0 a ∞ .

Per quantificare l'entità della radiazione emessa da un corpo si introduce il concetto di **POTERE EMISSIVO**, che può essere considerato su base monocromatica o totale.

Nel primo caso si definisce il **potere emissivo monocromatico** E_λ , che rappresenta il flusso di radiazione emesso nell'unità di tempo dall'unità di superficie di un corpo, per unità di intervallo $d\lambda$, in tutte le direzioni; si esprime in $\frac{W}{m^2 \mu m}$.

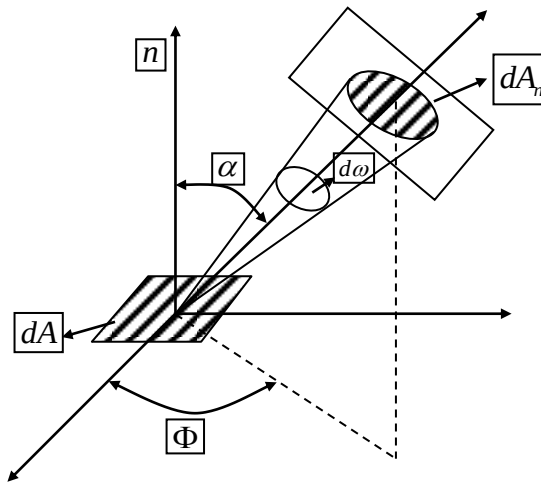
Su base totale si definisce quindi il **potere emissivo totale** E , che rappresenta la quantità di energia emessa per unità di area e di tempo su tutto lo spettro, in tutte le direzioni e si misura in $\frac{W}{m^2}$. Poiché E rappresenta il flusso di calore emesso da una superficie per unità di area, può anche designarsi con il simbolo q/A .

Il valore di tali grandezze dipende dalla natura della superficie e dalla temperatura del corpo. La relazione che tra esse intercorre è:

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda(\lambda) d\lambda = \frac{q}{A}.$$

Il carattere direzionale della radiazione può essere descritto mediante la grandezza **POTERE EMISSIVO ANGOLARE**.

Si consideri una superficie elementare dA che emetta energia in un semispazio, e si voglia caratterizzare l'entità dell'energia emessa in una particolare direzione, individuata dall'angolo zenitale α rispetto alla normale a dA e dall'angolo azimutale Φ . Si consideri a questo scopo un angolo solido di ampiezza $d\omega$, che ha per asse la direzione α ed il vertice sulla superficie emittente. Sia poi dq il flusso di radiazione termica emesso dalla superficie dA nell'unità di tempo attraverso l'angolo solido.



Si definisce **POTERE EMISSIVO ANGOLARE** il flusso di radiazione emesso nell'unità di tempo dall'unità di superficie di un corpo, per unità di angolo solido $d\omega$; si esprime in $\frac{W}{m^2 sr}$:

$$i = \frac{dq}{dA d\omega} \quad \text{da cui:}$$

$$\frac{q}{A} = E = \int_0^{2\pi} i d\omega \quad (\text{se la sorgente è puntiforme } \frac{q}{A} = E = \int_0^{4\pi} i d\omega),$$

Si può quindi ottenere il potere emissivo totale E anche mediante integrazione su un semispazio (o su tutto lo spazio) del potere emissivo angolare.

Leggi dell'irraggiamento

Sulla base delle definizioni introdotte è possibile enunciare le principali leggi dell'irraggiamento.

La **legge di PLANCK** lega il potere emissivo monocromatico E_λ alla lunghezza d'onda λ ed alla temperatura T :

$$E_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{C_2/\lambda T} - 1)}$$

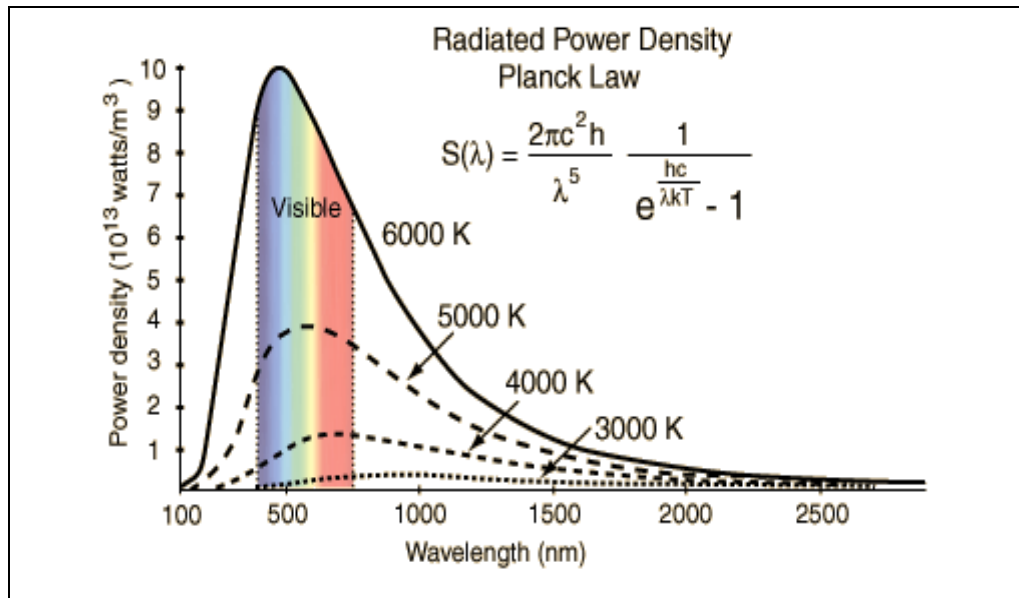
dove $C_1 = 2\pi c^2 h = 3.742 \cdot 10^8 \frac{W \mu m^4}{m^2}$

$$C_2 = \frac{hc}{k} = 1.439 \cdot 10^4 \mu m K$$

essendo h e k rispettivamente le costanti universali di PLANCK e BOLTZMANN ($h = 6.6256 \cdot 10^{-34} J \cdot sec$; $k = 1.3805 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$) e $c = 2.998 \cdot 10^8 \frac{m}{sec}$.

Dal diagramma che riporta l'andamento di E_λ in funzione di λ , utilizzando la temperatura come parametro, è evidente come la radiazione emessa vari con continuità con la lunghezza d'onda, e per ogni λ l'emissione aumenti all'aumentare della temperatura.

Le curve hanno una disimmertia molto pronunciata, con la parte crescente con λ molto più ripida della successiva parte decrescente. Si osserva come alle temperature più elevate le emissioni più intense avvengano nel campo delle minori lunghezze d'onda, interessando il campo del visibile, mentre alle temperature più basse, inferiori a 700-800 K, le emissioni siano praticamente invisibili.

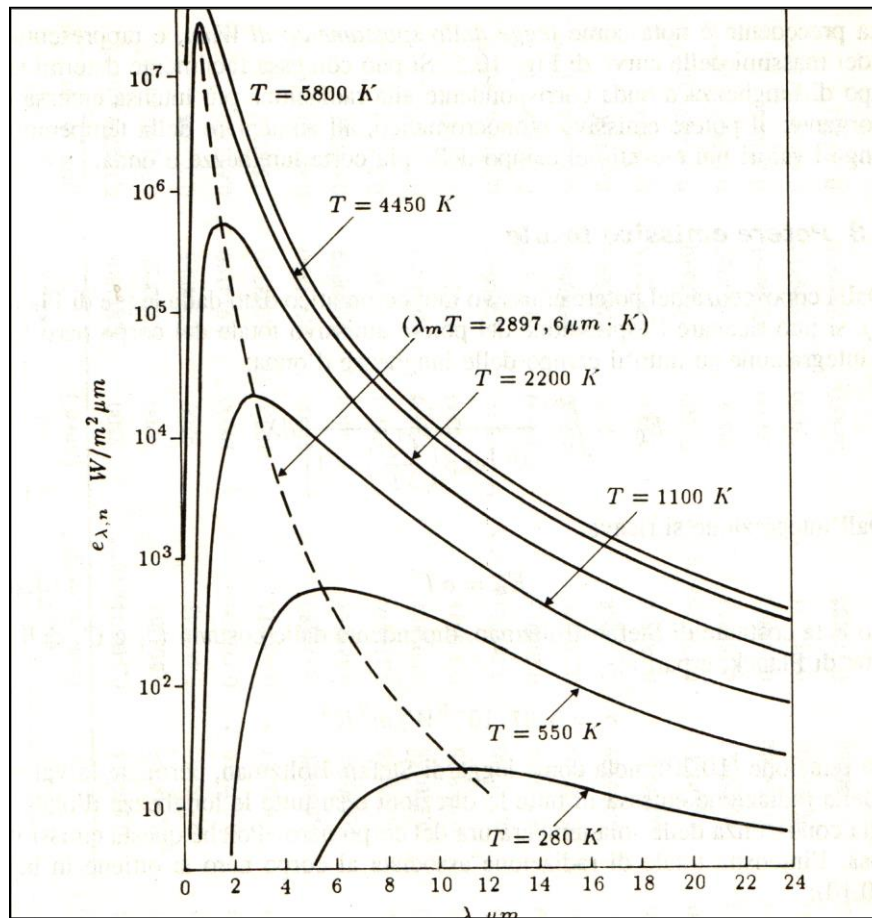


Ad ogni curva corrisponde un massimo associato ad un valore λ_m di lunghezza d'onda, variabile con T . Inoltre, la lunghezza d'onda alla quale il potere emissivo monocromatico è massimo si sposta, al crescere della temperatura, verso lunghezze d'onda minori.

La dipendenza della lunghezza d'onda λ_m dalla temperatura può essere ottenuta differenziando l'equazione di PLANCK rispetto a λ e ricercando le condizioni di massimo. Si ottiene la relazione:

$$\lambda_m T = \text{cost} = 2897.6 \mu\text{mK}$$

nota come **Legge dello spostamento di Wien**, che rappresenta il luogo dei massimi delle curve.



Integrando l'espressione del potere emissivo monocromatico, dato dalla legge di PLANCK, su tutto il campo delle lunghezze d'onda, si ottiene l'espressione del potere emissivo totale, che rappresenta geometricamente l'area sottesa dalle curve aventi T come parametro:

$$\frac{q}{A} = E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \sigma T^4 \quad \sigma = 5.6697 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Il risultato dell'integrale è noto come **LEGGE DI STEFAN-BOLTZMANN**.

Sulla base delle leggi di Planck e di Wien si può illustrare il fenomeno dell'**effetto serra**.

Il Sole si comporta come un corpo nero a $T \approx 5760$ K, con un massimo di emissione nel visibile (pari a $0,85 \times 10^8 \text{ W/m}^2\mu\text{m}$) per $\lambda_{\text{max}} = 0,5 \mu\text{m}$ (500 nm), la cui emissione radiante è concentrata a bassa lunghezza d'onda ($0,2 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 3 \mu\text{m}$) e ripartita come segue:

IR	48%
Visibile	45%
UV	7%

La Terra si comporta invece come un corpo nero a $T \approx 288$ K con un massimo di emissione per $\lambda_{\text{max}} = 10 \mu\text{m}$; il suo spettro di emissione è prevalentemente compreso nell'infrarosso (fra 4 e 40 μm) ed è quindi invisibile.

Esistono superfici, dette *selettive*, che manifestano un comportamento diverso in relazione all'assorbimento ed alla riflessione della radiazione nei diversi campi di lunghezza d'onda.

Una tipica superficie con caratteri di selettività è costituita dal *vetro*, che si comporta come un corpo trasparente per radiazioni visibili e del primo infrarosso ($0,4 \mu\text{m} < \lambda < 2,5 \mu\text{m}$), opaco per $\lambda > 2,5\text{-}3 \mu\text{m}$: questa proprietà, che lo caratterizza come materiale semitrasparente, permette alla radiazione solare di entrare, ma impedisce alla radiazione infrarossa di uscire, causando un aumento della temperatura, noto come *effetto serra*.

Tale effetto si verifica a scala più vasta sulla Terra, dove alcuni gas presenti in atmosfera trasmettono la radiazione solare in ingresso, ma assorbono quella infrarossa emessa dalla Terra: ciò dà origine ad un surriscaldamento, attualmente in costante crescita per l'incremento di origine antropica delle concentrazioni dei gas di serra, che genera preoccupanti cambiamenti climatici.

Coefficienti di riflessione, trasmissione ed assorbimento. Corpo nero

Quando una radiazione colpisce la superficie che separa due mezzi diversi, una parte dell'energia incidente viene riflessa ed una parte penetra nel secondo mezzo: la proporzione tra le due frazioni dipende dall'angolo di incidenza del fascio sulla superficie e dal suo grado di trasparenza. Se il secondo mezzo attraversato ha spessore finito, sulla seconda superficie di separazione ancora parte dell'energia viene riflessa e parte trasmessa; la parte riflessa torna nuovamente sulla prima superficie, dove viene nuovamente in parte riflessa ed in parte trasmessa.

Al termine del processo, dell'energia specifica incidente G (**irradianza**), un'aliquota G_r verrà riflessa nel primo mezzo, un'aliquota G_a verrà assorbita dal secondo mezzo ed un'aliquota G_t verrà trasmessa, ossia:

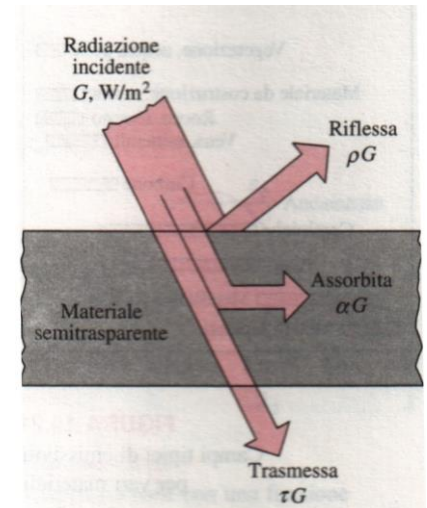
$$G = Gr + Ga + Gt .$$

Definendo i **coefficienti di riflessione** r , **di trasmissione** t e **di assorbimento** a , rispettivamente come *frazione riflessa, trasmessa ed assorbita* del flusso incidente:

$$r = \frac{Gr}{G}; \quad t = \frac{Gt}{G}; \quad a = \frac{Ga}{G}$$

e sostituendoli nell'espressione dell'irradianza si ottiene:

$$G = rG + aG + tG \quad \Rightarrow \quad r + a + t = 1.$$



I tre coefficienti dipendono dalla natura del corpo, dalla sua temperatura e dalla lunghezza d'onda della radiazione.

Un corpo per il quale $r=1$ è detto **perfettamente riflettente**; se $t=1$ è detto **perfettamente trasparente** (al contrario, se $t=0$ il corpo è detto **opaco**); infine se $a=1$ è detto **perfettamente assorbente o nero**. Il corpo nero rappresenta un modello ideale di corpo capace di assorbire tutta l'energia incidente indipendentemente dalla lunghezza d'onda.

Il corpo nero è anche un corpo ideale che emette la massima energia che può essere emessa da un corpo; la radiazione emessa è di tipo diffuso, ossia non dipende dalla direzione, ma è dipendente da λ e T .

Esso può realizzarsi considerando una cavità isoterma, le cui pareti interne siano riflettenti, che comunichi con l'esterno attraverso un forellino molto piccolo rispetto alle dimensioni della cavità. Qualunque radiazione che penetri nel foro subisce delle riflessioni multiple sulle pareti e ad ogni incidenza resta in parte assorbita; quando infine fuoriesce è stata così indebolita che a tutti gli effetti può considerarsi interamente assorbita.

Corpi reali e corpi grigi

Le leggi di emissione del corpo nero fanno riferimento ad un corpo ideale che emette la massima energia termica radiante in corrispondenza di ogni temperatura e lunghezza d'onda. Nella tecnica si incontrano raramente dei corpi che godono delle proprietà dei corpi neri: essi emettono infatti radiazioni in misura minore dei corpi neri.

L'energia emessa dai **corpi reali** può essere valutata introducendo una proprietà nota come **emissività e** , definita come rapporto fra l'energia emessa da una superficie e quella che, a parità di condizioni, viene emessa da un corpo nero.

Essa assume il valore 1 per un corpo nero, mentre per tutti gli altri corpi è compresa tra 0 ed 1.

L'emissività di una superficie reale dipende dalla lunghezza d'onda e dalla temperatura e, se l'emissione non è diffusa, anche dalla direzione.

Se con $E_{n\lambda}(\lambda, T)$ si indica il potere emissivo monocromatico di un corpo nero, il potere emissivo monocromatico ed integrale di una superficie reale, che si trovi nelle stesse condizioni di temperatura, saranno dati da:

$$E_{\lambda}(\lambda, T) = e(\lambda, T) E_{n\lambda}(\lambda, T)$$

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} e(\lambda, T) E_{n\lambda}(\lambda, T) d\lambda$$

Anche il coefficiente di assorbimento di un corpo reale dipende dalla lunghezza d'onda λ e dalla temperatura T . Indipendentemente dalla natura della superficie e dalla sua temperatura:

$$a(\lambda, T) = e(\lambda, T)$$

LEGGE DI KIRCKOFF

Grandezze adimensionali come l'emissività ed il coefficiente di assorbimento collegano la capacità di emettere ed assorbire di un corpo reale a quella che, nelle stesse condizioni di temperatura, avrebbe un corpo nero.

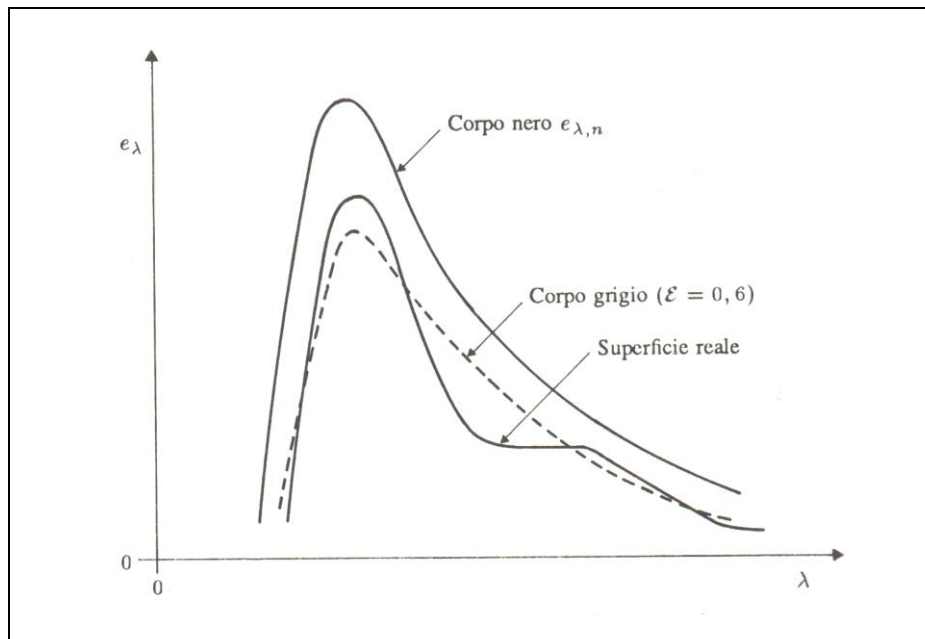
Se ad una temperatura uguale a quella del corpo nero un corpo emette, per ogni lunghezza d'onda, una frazione costante dell'energia emessa dal corpo nero viene detto **corpo grigio**. Per i corpi grigi a ed e sono uniformi in tutto il campo di lunghezza d'onda:

$$a(T) = e(T)$$

Pertanto il potere emissivo integrale varrà:

$$\frac{q}{A} = e(T) \int_0^{\infty} E_n(\lambda, T) d\lambda = e \sigma T^4$$

Per un corpo grigio la forma della curva spettrale è simile a quella di una superficie nera, ma l'altezza è ridotta del valore numerico dell'emissività.

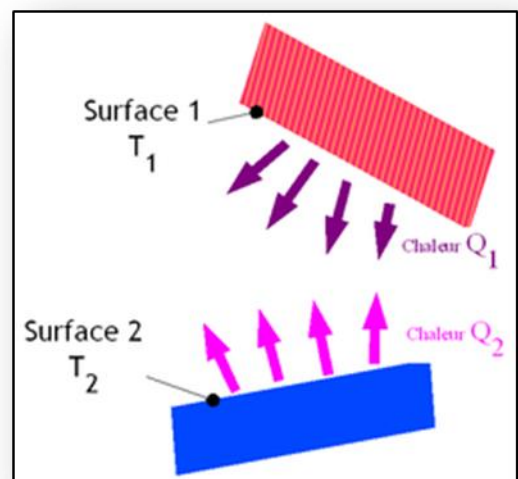


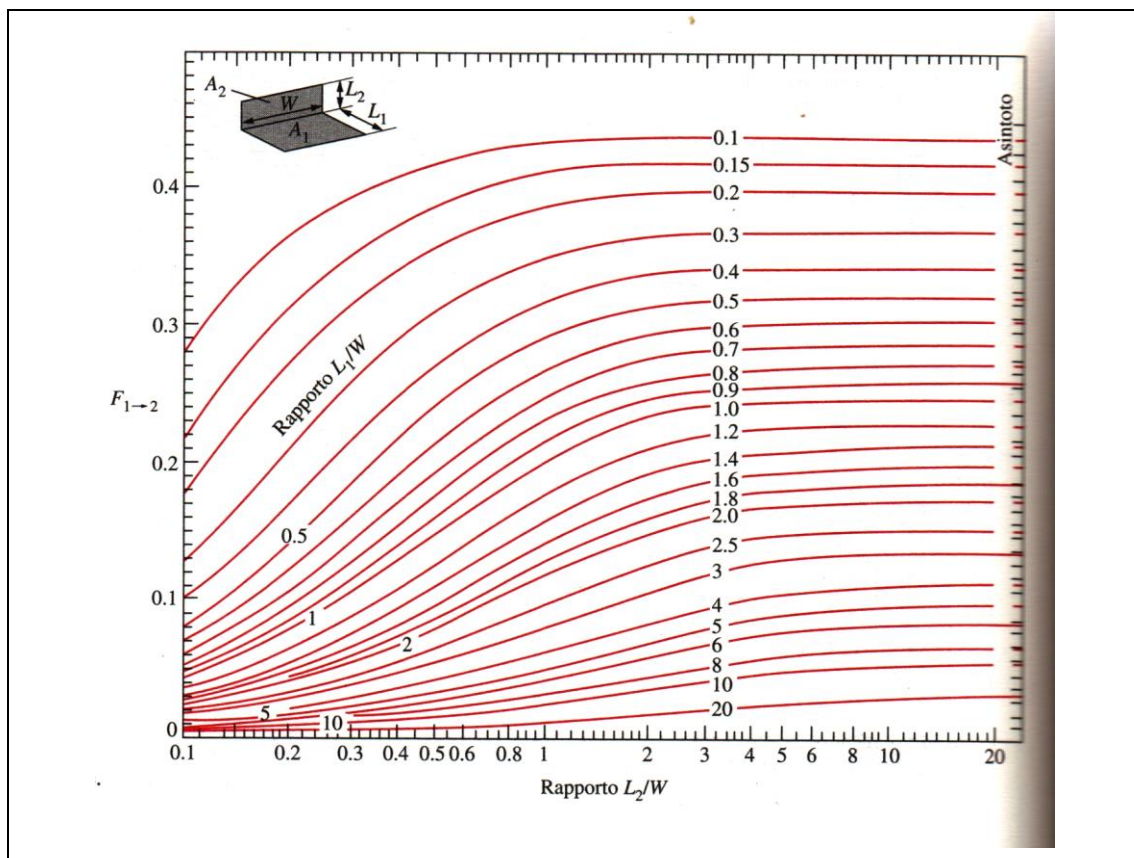
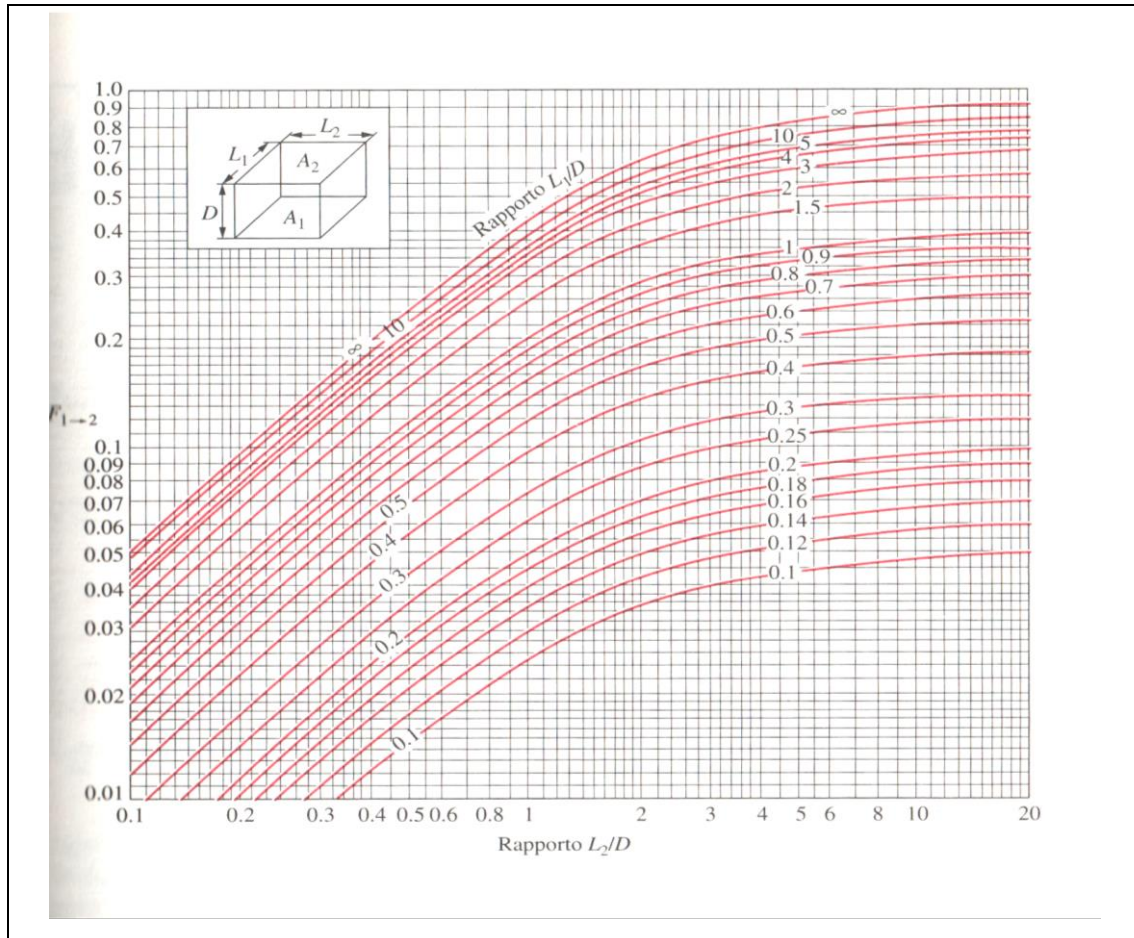
Fattori di vista.

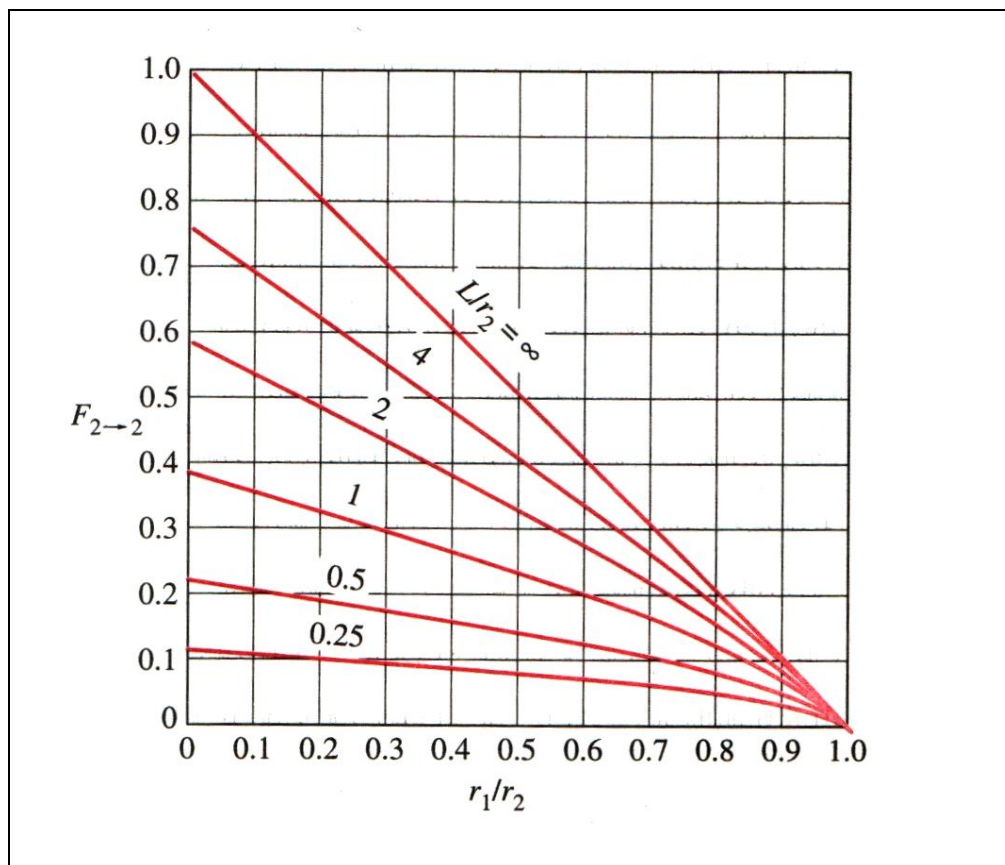
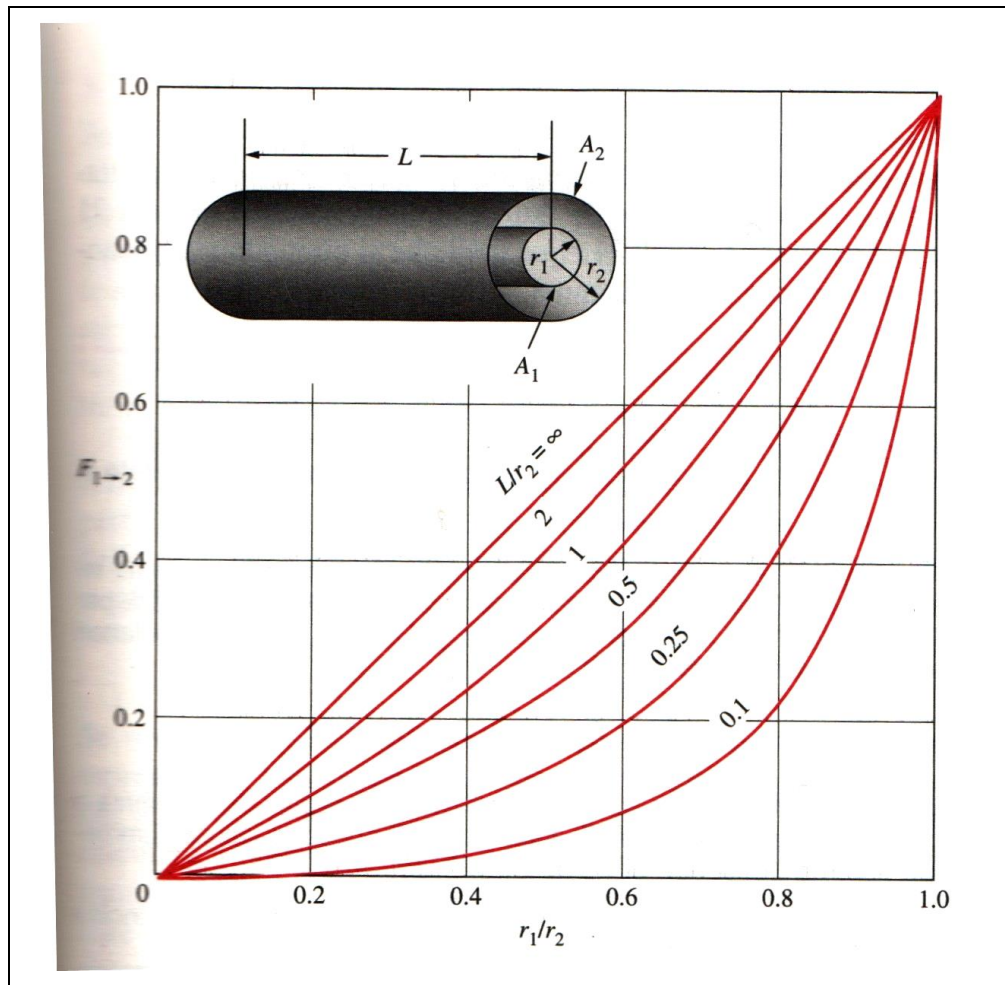
Lo scambio termico per radiazione fra corpi dipende dalle caratteristiche geometriche delle loro superfici, dall'orientazione relativa, dalla temperatura e dalle proprietà radiative delle superfici stesse. Un problema fondamentale per il calcolo dello scambio termico per irraggiamento fra superfici di estensione finita è la determinazione della frazione dell'energia radiante che lascia complessivamente una superficie e viene intercettata da un'altra superficie.

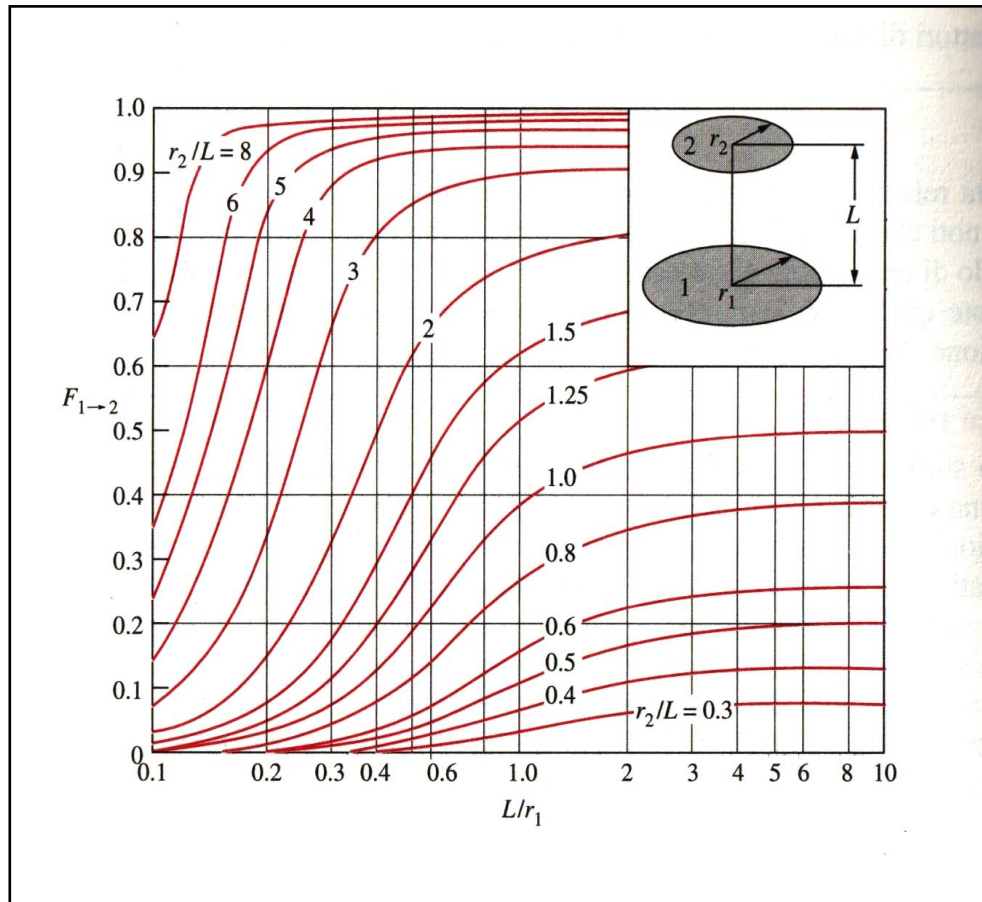
Dell'energia radiante che lascia la superficie A_i , la frazione che raggiunge la superficie A_j è detta **fattore di vista** F_{ij} : il primo pedice indica la superficie dalla quale la radiazione proviene, il secondo la superficie che la riceve. Il fattore di vista dipende esclusivamente da elementi geometrici ed è indipendente dalla natura e dallo stato superficiale del corpo, con la sola condizione che l'emissione sia diffusa.

Escluso alcuni casi particolarmente semplici, non è possibile eseguire la valutazione analitica dell'integrale che la definisce; i valori relativi a casi già risolti sono reperibili sotto forma di diagrammi o formulari mentre per i casi più complessi si ricorre al calcolo numerico.









Proprietà dei fattori di vista

Date due superfici A_i ed A_j , la radiazione che lascia A_i e raggiunge A_j è:

$$q_{i \rightarrow j} = A_i F_{ij} q_i$$

analogamente quella che lascia A_j ed arriva su A_i , è:

$$q_{j \rightarrow i} = A_j F_{ji} q_j.$$

La potenza termica scambiata complessivamente varrà:

$$q_{i \leftrightarrow j} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i F_{ij} q_i - A_j F_{ji} q_j.$$

Se le due superfici si trovano alla stessa temperatura:

$q_i = q_j$ e tra loro non può esservi alcun flusso termico, per cui:

$$q_{i \leftrightarrow j} = A_i F_{ij} q_i - A_j F_{ji} q_j = q_i (A_i F_{ij} - A_j F_{ji}) = 0, \text{ da cui:}$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad \textbf{RELAZIONE DI RECIPROCIITÀ}$$

Utilizzando tale relazione, la potenza scambiata si scrive:

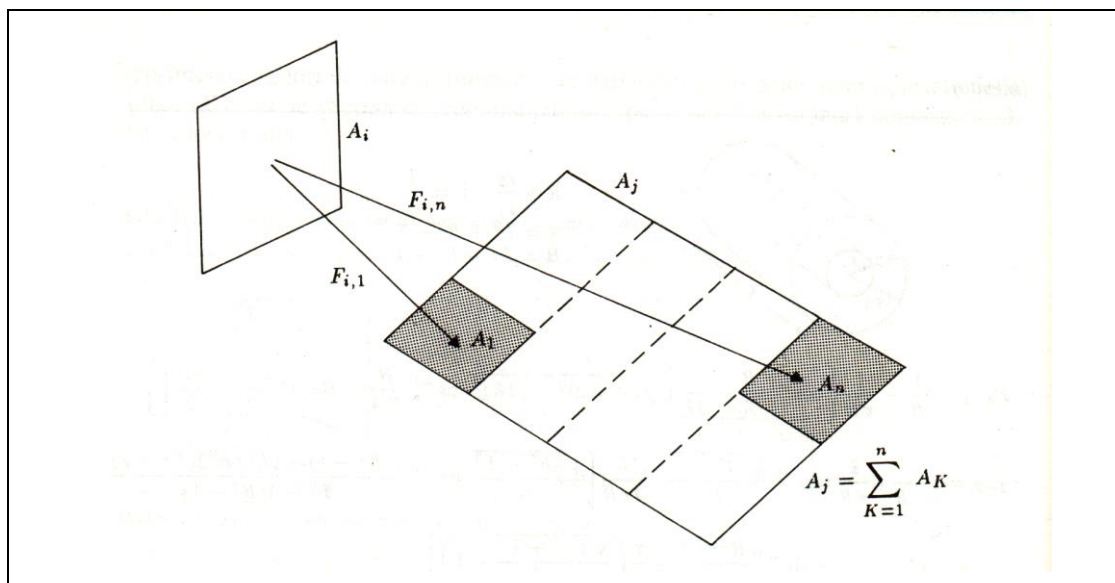
$$q_{i \leftrightarrow j} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

I fattori di vista di geometrie più complesse possono ottenersi dai valori relativi a configurazioni semplici utilizzando altre relazioni di carattere generale.

Supponiamo a questo scopo di suddividere la superficie A_j in n parti di area A_k . Il fattore di vista F_{ij} della superficie i rispetto alla superficie composta j può ritenersi suddiviso in n componenti secondo l'espressione:

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n F_{ik}$$

secondo la quale la radiazione che raggiunge una superficie composta è la somma delle radiazioni che incidono sulle sue parti.



Da questa espressione, mediante la relazione di reciprocità, è possibile ricavare l'espressione del fattore di vista della superficie composta j rispetto alla superficie i .

Moltiplicando ambo i membri per l'area A_i ed applicando ad essi la relazione di reciprocità si ha:

$$A_i F_{ij} = A_i \sum_{k=1}^n F_{ik} = \sum_{k=1}^n A_i F_{ik} \quad \Rightarrow \quad A_j F_{ji} = \sum_{k=1}^n A_k F_{ki}$$

da cui:

$$F_{ji} = \frac{\sum_{k=1}^n A_k F_{ki}}{A_j}.$$

Pertanto, se si suddivide la superficie ricevente, il fattore di vista è dato dalla somma algebrica dei fattori di vista relativi alle singole superfici riceventi, mentre se si suddivide la superficie emittente, il fattore di vista è dato dalla media pesata dei fattori di vista che competono alle singole superfici emittenti. Le due relazioni ricavate sono note come **RELAZIONI DI ADDITIVITA'**.

Se, oltre alla superficie j si suddivide in m parti anche la superficie i , ossia

$$A_i = \sum_{l=1}^m A_l$$

$$A_i F_{ij} = \sum_{l=1}^m A_l \sum_{k=1}^n F_{l,k}$$

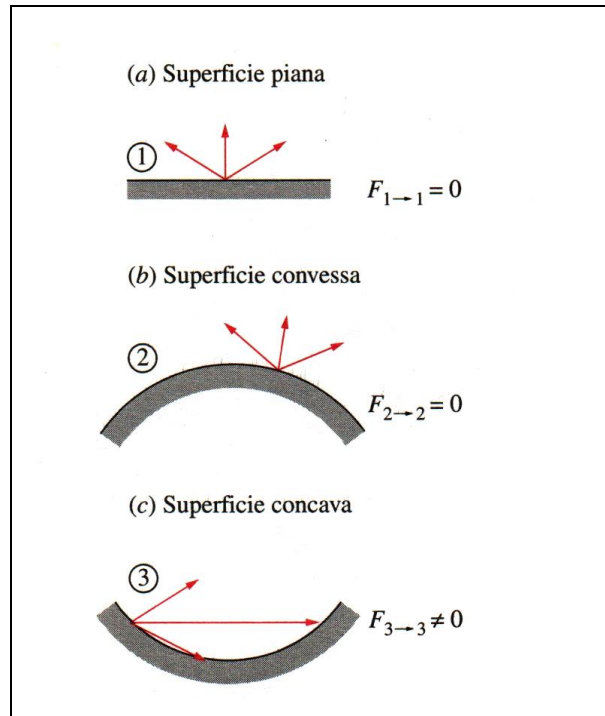
e

$$F_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^m A_l \sum_{k=1}^n F_{l,k}}{A_i}$$

Se si considerano infine più superfici che, nel loro insieme formano una superficie chiusa, dalla definizione stessa del fattore di vista si otterrà, per ogni superficie i , una relazione del tipo:

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1 \quad \text{ **PROPRIETÀ DI CHIUSURA** }$$

che esprime il principio di conservazione dell'energia, secondo cui l'energia totale radiante che lascia la superficie i è intercettata dalle j superfici della cavità. Il termine F_{ii} vale 0 per una superficie piana o convessa ed è diverso da zero per una superficie concava.



Notazioni sui pedici

Per una maggiore chiarezza nella trattazione, considerate le varie definizioni introdotte, nel seguito si utilizzerà la seguente simbologia:

q_{0i}	flusso di energia emesso dalla superficie i : $A_i e_i \sigma T_i^4$
$q_{i \rightarrow}$	flusso di energia uscente dalla superficie i : $q_{0i} + r_i G_i$ (per i corpi neri il flusso emesso coincide con quello uscente perché $r = 0$)
$q_{i \rightarrow j}$	flusso di energia uscente dalla superficie i che raggiunge la superficie j : $F_{ij} q_{i \rightarrow}$
q_i	flusso netto di energia uscente dalla (o entrante nella) superficie i (flusso di energia uscente dalla superficie i meno flusso di energia entrante nella stessa superficie): $q_{i \rightarrow} - G$
$q_{i \leftrightarrow j}$	flusso di energia scambiato fra le superfici i e j (flusso di energia uscente dalla superficie i che raggiunge la superficie j meno flusso di energia uscente dalla superficie j che raggiunge la superficie i): $q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i}$

Esempio

Date due superfici 1 (nera) e 2 (grigia) si ha:

a) **flusso emesso** q_{0i}

$$q_{01} = A_1 \sigma T_1^4 \qquad q_{02} = A_2 e_2 \sigma T_2^4$$

b) **flusso uscente** $q_{i \rightarrow}$

$$q_{1 \rightarrow} = q_{01} \qquad q_{2 \rightarrow} = q_{02} + r_2 q_{1 \rightarrow 2}$$

c) **flusso uscente da i che raggiunge j** $q_{i \rightarrow j}$

$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{12} q_{01} \qquad q_{2 \rightarrow 1} = F_{21} q_{02}$$

d) **flusso netto** q_i

$$q_1 = q_{1 \rightarrow} - q_{2 \rightarrow 1}$$

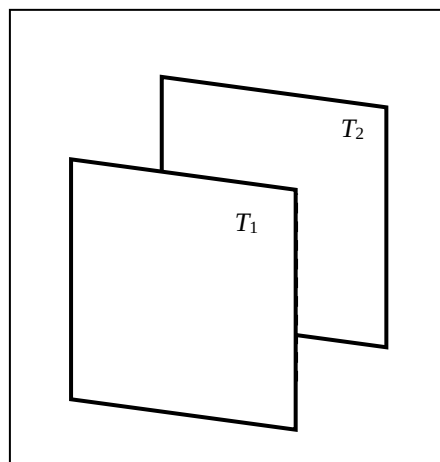
$$q_2 = q_{2 \rightarrow} - q_{1 \rightarrow 2}$$

e) **flusso scambiato** $q_{i \leftrightarrow j}$

$$q_{1 \leftrightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 1}$$

Superfici completamente affacciate**Superfici piane**

Consideriamo due superfici piane A_1 e A_2 completamente affacciate, a temperatura T_1 e T_2 rispettivamente, separate da un mezzo trasparente. Effettuiamo l'ipotesi che le superfici siano infinitamente estese (tecnicamente accettabile se la distanza fra le superfici è molto piccola rispetto all'area delle superfici stesse) allo scopo di eliminare gli effetti di bordo. Si ha $F_{12} = F_{21} = 1$.



superfici entrambe nere

$$a_1 = a_2 = 1 \quad t_1 = t_2 = 0 \quad r_1 = r_2 = 0$$

$$q_{01} = A_1 \sigma T_1^4$$

$$q_{02} = A_2 \sigma T_2^4$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{12} q_{01} = q_{01}$$

$$q_{2 \rightarrow 1} = F_{21} q_{02} = q_{02}$$

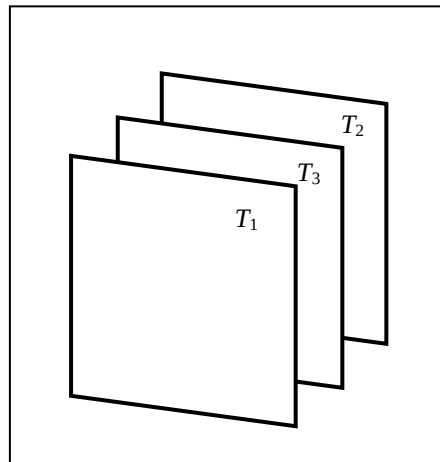
$$q_1 = q_{01} - q_{2 \rightarrow 1}$$

$$q_2 = q_{02} - q_{1 \rightarrow 2}$$

$$q_{1 \leftrightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 1} = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Schermi alla radiazione

In alcuni casi interessa minimizzare il calore scambiato. In tal caso si introduce tra le due superfici uno schermo costituito da un sottile foglio metallico, supposto per semplicità nero, avente resistenza termica praticamente nulla e schematizzabile anch'esso come parete piana infinitamente estesa; sia T_3 la temperatura su entrambe le sue facce.



Ripetendo il ragionamento precedente per le coppie di superfici 13 e 32 si ottiene:

$$q_{1 \leftrightarrow 3} = A_1 \sigma (T_1^4 - T_3^4)$$

$$q_{3 \leftrightarrow 2} = A_3 \sigma (T_3^4 - T_2^4)$$

$$q_{1 \leftrightarrow 3} = q_{3 \leftrightarrow 2} \rightarrow A_1 \sigma (T_1^4 - T_3^4) = A_3 \sigma (T_3^4 - T_2^4) \rightarrow T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}$$

e sostituendo in una qualsiasi delle espressioni di $q_{i \leftrightarrow j}$ l'espressione di T_3 :

$$q_{1\leftrightarrow 3} = A_1 \sigma \left(T_1^4 - \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \right) = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{2} = \frac{q_{1\leftrightarrow 2}}{2}.$$

Introducendo n schermi:

$$q_{1\leftrightarrow n} = \frac{q_{1\leftrightarrow 2}}{n+1}.$$

superfici una grigia (opaca) ed una nera

$$a_2 = 1 \quad t_1 = t_2 = 0 \quad r_2 = 0$$

$$q_{01} = A_1 e_1 \sigma T_1^4$$

$$q_{02} = A_2 \sigma T_2^4$$

$$q_{1\rightarrow} = q_{01} + r_1 q_{2\rightarrow 1}$$

$$q_{2\rightarrow} = q_{02}$$

$$q_{1\rightarrow 2} = F_{12} q_{1\rightarrow} = q_{1\rightarrow}$$

$$q_{2\rightarrow 1} = F_{21} q_{02} = q_{02}$$

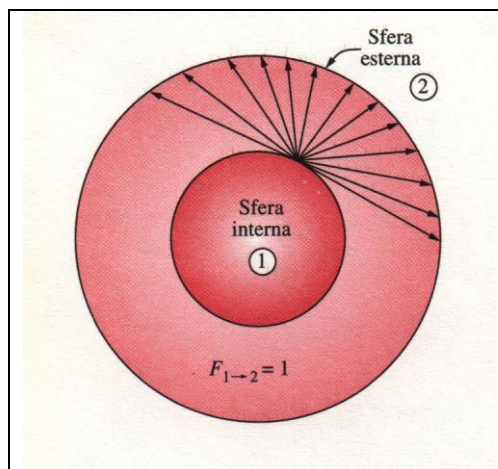
$$q_1 = q_{1\rightarrow} - q'_{2\rightarrow 1}$$

$$q_2 = q_{02} - q'_{1\rightarrow 2}$$

$$q_{1\leftrightarrow 2} = q_{1\rightarrow 2} - q_{2\rightarrow 1}$$

Superfici sferiche

Consideriamo due superfici sferiche concentriche, 1 e 2, alle temperature T_1 e T_2 , separate da un mezzo trasparente. Non essendo in tal caso le due superfici uguali si avrà: $F_{12} = 1$ $F_{21} \neq 1$.



superfici entrambe nere

$$a_1 = a_2 = 1 \quad t_1 = t_2 = 0 \quad r_1 = r_2 = 0$$

$$q_{01} = A_1 \sigma T_1^4$$

$$q_{02} = A_2 \sigma T_2^4$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{12} q_{01} = q_{01}$$

$$q_{2 \rightarrow 1} = F_{21} q_{02}$$

$$q_{2 \rightarrow 2} = F_{22} q_{02}$$

$$q_1 = q_{01} - q_{2 \rightarrow 1}$$

$$q_2 = q_{02} - q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 2}$$

$$q_{1 \leftrightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 1}$$

superficie interna grigia (opaca) ed esterna nera

$$a_2 = 1 \quad t_1 = t_2 = 0 \quad r_2 = 0$$

$$q_{01} = A_1 e_1 \sigma T_1^4$$

$$q_{02} = A_2 \sigma T_2^4$$

$$q_{1 \rightarrow} = q_{01} + r_1 q_{2 \rightarrow 1}$$

$$q_{2 \rightarrow} = q_{02}$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = F_{12} q_{1 \rightarrow} = q_{1 \rightarrow}$$

$$q_{2 \rightarrow 1} = F_{21} q_{02} \quad q_{2 \rightarrow 2} = F_{22} q_{02}$$

$$q_1 = q_{1 \rightarrow} - q'_{2 \rightarrow 1}$$

$$q_2 = q_{2 \rightarrow} - q'_{1 \rightarrow 2} - q'_{2 \rightarrow 2}$$

$$q_{1 \leftrightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 1}$$

Contemporanea presenza di diverse modalità di scambio

Attraverso la superficie A delimitante un corpo solido dal fluido circostante ha luogo un flusso di calore per convezione se vi è una differenza di temperatura fra la superficie stessa ed il fluido.

Ma la superficie emette comunque energia radiante e ne riceve da parte di altri corpi eventualmente presenti nel fluido che si trovino a temperatura diversa da quella della superficie.

La quantità di energia termica che complessivamente attraversa la superficie è valutabile quindi, nel caso più generale di contemporanea presenza di convezione ed irraggiamento, per corpi neri, con l'espressione:

$$Q = hA(T_s - T_f) + \sigma AF_{si}(T_s^4 - T_i^4)$$

dove T_s è la temperatura della superficie del corpo, T_f quella del fluido circostante e T_i quella dell' i -esimo corpo presente nel fluido stesso. Nei casi più semplici in cui tutti i corpi si trovino alla stessa temperatura del fluido, per cui si può porre $T_i = T_f$, l'espressione si semplifica:

$$T_s^4 - T_f^4 = (T_s^2 + T_f^2)(T_s^2 - T_f^2) = (T_s^2 + T_f^2)(T_s - T_f)(T_s + T_f)$$

e quindi:

$$Q = [h + F_{si} \sigma (T_s^2 + T_f^2)(T_s + T_f)](T_s - T_f) A.$$

Per semplificare la trattazione, nei calcoli di carattere tecnico si utilizza spesso un coefficiente di trasmissione del calore per irraggiamento definito da:

$$h_r = F_{si} \sigma (T_s^2 + T_f^2)(T_s + T_f)$$

il cui valore dipende dalla temperatura e dallo stato superficiale dei corpi. In tal caso è possibile utilizzare un unico coefficiente di scambio termico, il **COEFFICIENTE DI ADDUZIONE** α :

$$\alpha = h + h_r$$

che può essere usato come il coefficiente di scambio termico convettivo, valutando la potenza termica scambiata formalmente tramite la relazione di scambio termico convettivo e di fatto alleggerendo notevolmente la trattazione:

$$Q = \alpha A(T_s - T_f)$$

Tale parametro può essere anche utilizzato nel coefficiente globale di scambio termico U .

Nei casi in cui non sia possibile confondere la temperatura dei corpi posti nel fluido con quella del fluido stesso si ricorre alla definizione di una temperatura fittizia del fluido, tale da dare per sola convezione lo stesso scambio termico di calore che si ha in realtà per convezione ed irraggiamento e conglobando così in un unico termine tutte le incertezze di calcolo; questo termine è utilizzato in particolare nel campo del condizionamento dell'aria, per valutare il calore scambiato dalle diverse superfici esterne delle costruzioni con l'aria ed il sole.